Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg

WS 2012/2013

Institut für Theoretische Physik II
Prof. Dr. F. Heidrich-Meisner
Sprechstunde: Do. 9-11 Uhr, Raum 02.782.
E-mail: heidrich-meisner@lmu.de

4. Übungsblatt Many-body physics with ultra-cold atomic gases

7.11.2012
Besprechung: Mittwoch, 14.11.2012, 16-18h

4.1: Streutheorie, s-Wellen Streulänge

Betrachten Sie die Streuung an einem dreidimensionalen, attraktiven Kastenpotential der Tiefe V_0 mit der Breite r_0 und berechnen Sie die s-Wellen Streulänge a_s als Funktion des dimensionslosen Paramters $k_0 r_0$, wobei $V_0 = \hbar^2 k_0^2/2m$. Das Potential ist:

$$V(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} -V_0 & \text{für} \quad |\boldsymbol{r}| \le r_0/2 \\ 0 & \text{für} \quad |\boldsymbol{r}| > r_0/2 \end{cases} .$$

4.2: Streuprobleme, radiale Wellengleichung

Betrachten Sie die radiale Wellenfunktion für die Streuung an einem Potential $V(r)$, wobei die Energie der einfallenden Welle $E = \hbar^2 k^2/2\mu$ ist (μ ist die reduzierte Masse). Zeigen Sie, dass im Limes großer Abstände r die Lösung der radialen Schödingergleichung durch

$$R_l(r) = \frac{1}{kr} \sin(kr + \delta_l)$$

gegeben ist. *Hinweis:* die radiale Schrödingergleichung ist:

$$R_l''(r) + \frac{2}{r} R_l'(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)\right) R_l(r) = 0$$

4.3: Fermionen und Bosonen

Betrachte ein System von N Bosonen und $2N$ Fermionen mit dem Hamiltonoperator

$$H = \sum_{n=0}^{\infty} n \left(|\alpha| \sum_{\sigma=\uparrow\downarrow} c_{n\sigma}^\dagger c_{n\sigma} + |\beta| b_n^\dagger b_n \right) .$$

$c_{n\sigma}^\dagger$ ist der Erzeugungsoperator für ein Fermion mit Spin σ in einem fermionischen Zustand $|n\rangle$ und $b_n^\dagger$ erzeugt ein Boson in einem bosonischen Zustand $|n\rangle$. Bestimmen Sie den Grundzustand des Systems und berechnen Sie die Grundzustandsenergie.